

# 1er Examen Parcial, MATE 3171, 2do semestre 2014-2015, SOLUCIONES

Nombre: \_\_\_\_\_ # estudiante: \_\_\_\_\_  
Profesor: \_\_\_\_\_ # sección: \_\_\_\_\_

Tiene 90 minutos para resolver el examen. Apague su teléfono celular. El uso de calculadora está prohibido. Incluya explicaciones y justificaciones pertinentes con sus respuestas. ¡Buena suerte!

1. (15 puntos) (a) Evalúe la expresión:  $-32^{\frac{2}{5}}$

$$-32^{\frac{2}{5}} = -(2^5)^{\frac{2}{5}} = -2^2 = -4.$$

(b) Simplifique la expresión:  $\left(\frac{15a^2b^4}{5a^{10}b^{-3}}\right)^3$

$$\left(\frac{15a^2b^4}{5a^{10}b^{-3}}\right)^3 = (3a^{-8}b^7)^3 = 27a^{-24}b^{21}$$

(c) Simplifique la expresión:  $\frac{\sqrt[4]{32x^5}}{\sqrt[4]{2x}}$

$$\frac{\sqrt[4]{32x^5}}{\sqrt[4]{2x}} = \frac{\sqrt[4]{2^5x^5}}{\sqrt[4]{2x}} = \frac{\sqrt[4]{2x}\sqrt[4]{2^4x^4}}{\sqrt[4]{2x}} = 2|x|$$

2. (20 puntos) Factorice las siguientes expresiones:

(a)  $2a^2 + 3a - 2$

$$2a^2 + 3a - 2 = (2a - 1)(a + 2)$$

(b)  $8t^3 - 1$

$$8t^3 - 1 = (2t)^3 - 1^3 = (2t - 1)(4t^2 + 2t + 1)$$

(c)  $x^3 + x^2 + x + 1$

$$x^3 + x^2 + x + 1 = x^2(x + 1) + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$$

(d)  $3x^4 - 26x^2 - 9$

$$3x^4 - 26x^2 - 9 = (3x^2 + 1)(x^2 - 9) = (3x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

3. (25 puntos) Encuentre todas las soluciones reales de las siguientes ecuaciones:

(a)  $x(x - 7) + 12 = 0$

$$x(x - 7) + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3) = 0. \text{ Por tanto, } x = 3 \text{ ó } x = 4.$$

$$(b) 4x^2 - 8x + 5 = 0$$

$4x^2 - 8x + 5 = 4(x - 1)^2 + 1 = 0$ . Por tanto, no hay soluciones reales.

$$(c) \sqrt{x+3} = x - 3$$

$\sqrt{x+3} = x - 3 \Rightarrow x + 3 = (x - 3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = (x - 6)(x - 1) = 0$ . Sustituyendo en la ecuación original, vemos que sólo  $x = 6$  es solución.

$$(d) 2|3x - 2| = 14$$

$2|3x - 2| = 14 \Leftrightarrow |3x - 2| = 7 \Leftrightarrow 3x - 2 = 7 \text{ ó } 3x - 2 = -7 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ó } x = -5/3$ .

$$(e) \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2x}{x^2-1}$$

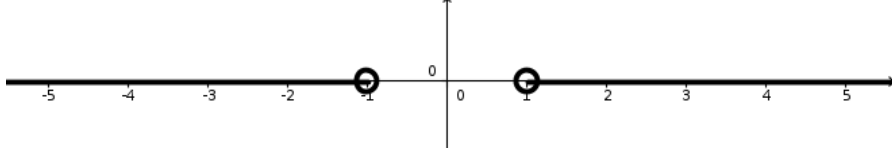
$\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)-(x+1)}{x^2-1} = \frac{x-3}{x^2-1} = \frac{2x}{x^2-1}$ . Por tanto,  $x - 3 = 2x$  ó  $x = -3$ .

4. (8 puntos) Un jardinero desea construir una cerca rectangular para su jardín con 16 pies de cerca. La longitud del rectángulo es 2 pies más que el ancho. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

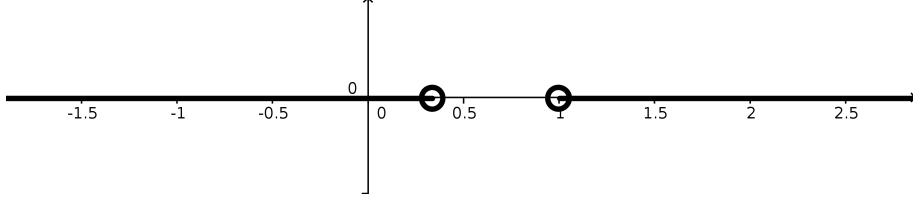
Si  $l$  representa la longitud y  $a$  el ancho, tenemos que  $2l + 2a = 16$  y  $l = a + 2$ , es decir,  $l + a = 2a + 2 = 8$ . Por tanto  $a = 3$  y  $l = 5$ .

5. (12 puntos) Resuelva las desigualdades. En cada caso exprese la solución en notación de intervalo e ilustre el conjunto solución en la recta real: (a)  $x^4 > x^2$ , (b)  $|2 - 3x| > 1$

(a)  $x^4 > x^2 \Leftrightarrow x^4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x^2(x - 1)(x + 1) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$



(b)  $|2 - 3x| > 1 \Leftrightarrow (2 - 3x)^2 > 1 \Leftrightarrow 3 - 12x + 9x^2 > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 > 0 \Leftrightarrow (3x - 1)(x - 1) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1/3) \cup (1, \infty)$



6. (10 puntos) (a) El área de un rectángulo es 40 metros cuadrados. Exprese el perímetro del rectángulo como una función de la longitud de uno de sus lados.

Si  $l$  representa el largo y  $a$  la altura, tenemos que  $la = 40$  ó  $l = 40/a$ . Por tanto,  $P = 2l + 2a = 80/a + 2a$ .

(b) Se define una función  $h$  con la fórmula  $h(x) = 1/x$ . Evalúe  $1/(h(x) + 1)$ .

$$1/(h(x) + 1) = \frac{1}{\frac{1}{x} + 1} = \frac{x}{x+1}, \text{ si } x \neq 0.$$

7. (10 puntos) Dibuje la gráfica de las siguientes funciones. Haga una tabla de valores, según sea necesario. (a)  $f(x) = 9 - x^2$ , (b)  $g(x) = 3 - 2x$

