2o Examen Parcial, MATE 3171, 1er semestre 2014-2015, SOLUCIONES

Nombre:__________________________________ # estudiante:___________________
Profesor:__________________________________ # sección:_______

Tiene 90 minutos para resolver el examen. Apague su teléfono celular. Se permite el uso de calculadora científica. Incluya explicaciones y justicaciones pertinentes con sus respuestas. ¡Buena suerte!

1. (18 puntos) (a) Halle la ecuación de la recta que cruza el eje x por 5 y el eje y por 8.

La recta pasa por (5,0) y por (0,8). Por lo tanto la pendiente es $m = \frac{8-0}{0-5} = -\frac{8}{5}$. La recta está dada por $y = 8 - \frac{8}{5}x$.

(b) Halle la ecuación de la recta que pasa por el origen y que es paralela a la recta que pasa por los puntos (1,2) y (9,1).

La pendiente es $m = \frac{2-1}{1-9} = -\frac{1}{8}$. La recta está dada por $y = -\frac{1}{8}x$.

(c) Una pizza congelada se pone en un horno a 350°F . La temperatura de la pizza, ¿será una función lineal del tiempo? Explique.

No. Esperamos que la temperatura de la pizza empiece en menos de 32°F, y se acerque cada vez más a 350°F, conforme el tiempo pasa, sin exceder nunca 350°F. Esto no es un comportamiento lineal, en el cual la pendiente se mantiene constante.

2. (21 puntos) (a) A continuación se muestra una tabla parcial de la función lineal f. Halle la razón de cambio promedio de f entre $x = 1.3$ y $x = 2.8$.

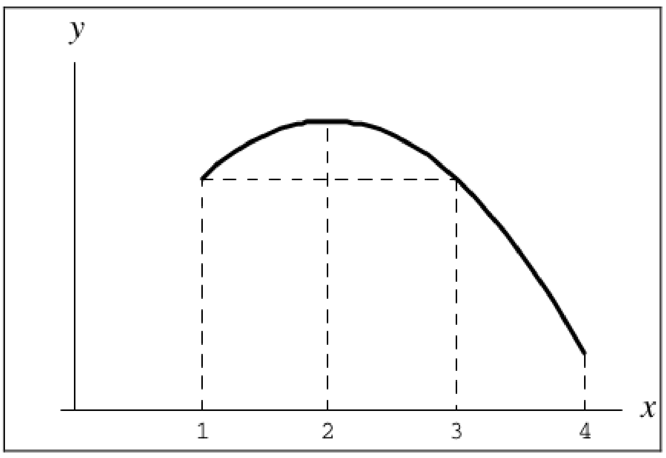
x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	250	225	200	175	150	125

Como la función es lineal, su pendiente es constante e igual a la razón de cambio promedio sobre cualquier intervalo. De la tabla se deduce que su pendiente es -25. Así que la razon de cambio promedio será -25.

(b) Sea $f(x) = 2/x$. Halle la razón de cambio promedio de f en el intervalo $[x, x+h]$.

$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{\frac{2}{x+h}-\frac{2}{x}}{h} = \frac{2x-2(x+h)}{h(x+h)x} = \frac{-2h}{h(x+h)x} = \frac{-2}{(x+h)x}$ si $h \neq 0$.

(c) La gráfica de la función f se muestra abajo. (i) ¿Para qué valores de x entre 1 y 4 la razón de cambio promedio de f en el intervalo $[1, x]$ es negativa? (ii) ¿Positiva? (iii) ¿Cero?



(i) (3,4] (ii) (1,3) (iii) $x = 3$.

3. (12 puntos) (a) Evalúe $F(-4)$, $F(-2)$, $F(0)$, y $F(2)$, si $F(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

$F(-4) = -4$, $F(-2) = -2$, $F(0) = 1$, $F(2) = 4$.

(b) Sea $h(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \geq 0 \\ x/2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$. (i) Evalúe $h(2)$. (ii) Si $h(x) = 2$, encuentre x. (iii) ¿Cuál es el dominio de h? (iv) ¿Cuál es el rango de h?

(i) $h(2) = 3$ (ii) $x = 1$ si $h(x) = 2$ (iii) $(-\infty, \infty)$ (iv) $(-\infty, 0) \cup [1, \infty)$.

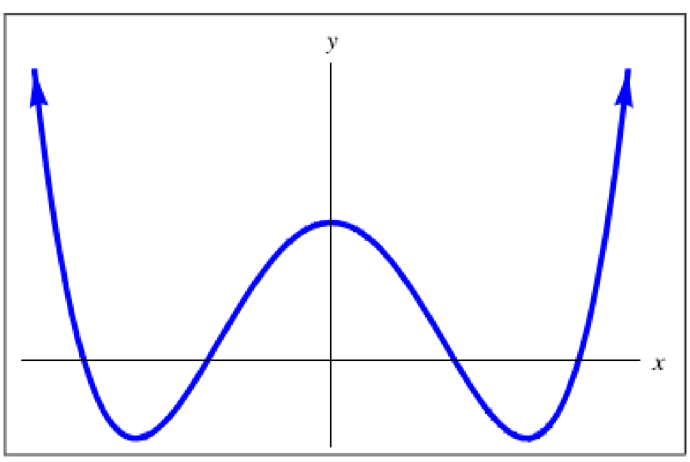
4. (12 puntos) (a) Si P es inversamente proporcional a T y $P = 10$ cuando $T = 2$, encuentre el valor de P cuando $T = 7$.

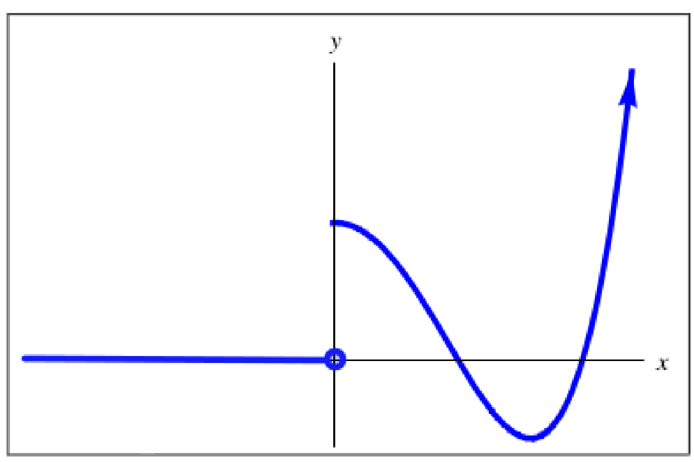
$P = \frac{c}{T}$, $10 = \frac{c}{2} \Rightarrow c = 20$, $P = \frac{20}{7}$.

(b) Encuentre una fórmula que relacione T y s: T es directamente proporcional a la raíz cúbica de s y $T = 3$ cuando $s = 8$.

$T = c\sqrt[3]{s}$, $3 = c\sqrt[3]{8} = 2c \Rightarrow c = \frac{3}{2}$. Por lo tanto, $T = \frac{3}{2}\sqrt[3]{s}$.

5. (21 puntos) (a) La figura muestra la gráfica de la función g. Si $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$, dibuje la gráfica del producto $g \cdot f$.





(b) Sean $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = 1/x$. Evalúe cada una de las siguientes: (i) $f(g(4))$ (ii) $g(f(1/16))$ (iii) $f(f(16))$ (iv) $g(g(2))$.

(i) $f(g(4)) = f(1/4) = 1/2$ (ii) $g(f(1/16)) = g(1/4) = 4$ (iii) $f(f(16)) = f(4) = 2$ (iv) $g(g(2)) = g(1/2) = 2$.

(c) Las tablas a continuación representan las funciones f y g respectivamente. Haga tablas para representar las composiciones $f \circ g$ y $g \circ f$.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	4	5	1	2

,

x	1	2	3	4	5
$g(x)$	2	3	4	5	1

x	1	2	3	4	5
$f \circ g(x)$	4	5	1	2	3

,

x	1	2	3	4	5
$g \circ f(x)$	4	5	1	2	3

6. (21 puntos) (a) Para las funciones representadas en las tablas a continuación, encuentre la función inversa, si es posible. Si la función no es invertible, explique por qué no.

(i)

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	4	3	2	1	5

, (ii)

x	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	3	5	2	1	0	4

(i) La función no es invertible, pues $f(0) = f(5) = 5$.

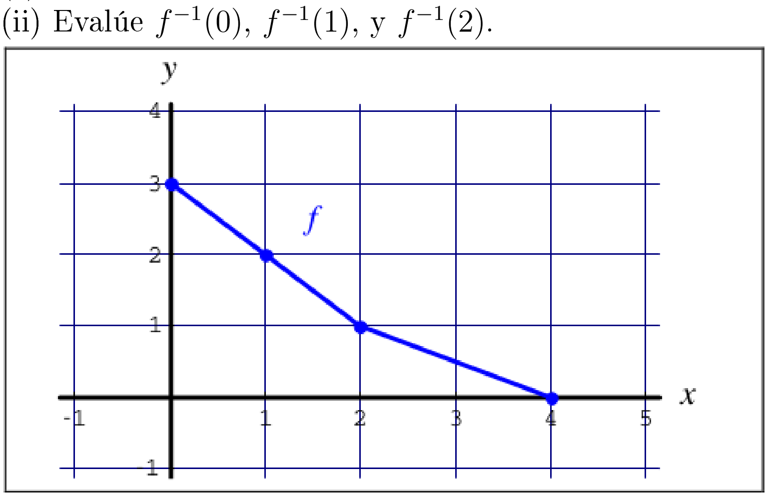
(ii)

x	0	1	2	3	4	5
$g^{-1}(x)$	4	3	2	0	5	1

(b) Sea $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Utilice composición de funciones para verificar que f es su propia inversa.

$f \circ f(x) = \frac{f(x)+1}{f(x)-1} = \frac{\frac{x+1}{x-1}+1}{\frac{x+1}{x-1}-1} = \frac{\frac{x+1+x-1}{x-1}}{\frac{x+1-(x-1)}{x-1}} = \frac{2x}{2} = x$. Por lo tanto, f es su propia inversa.

(c) La gráfica de la función invertible f se muestra en la figura. (i) Halle el dominio y el rango de f. (ii) Evalúe $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(1)$, y $f^{-1}(2)$.



(i) Dominio: $[0, 4]$, Rango: $[0, 3]$ (ii) $f^{-1}(0) = 4$, $f^{-1}(1) = 2$, y $f^{-1}(2) = 1$.