2o Examen Parcial, MATE 3171, 2do semestre 2014-2015, SOLUCIONES

Nombre:___________________________________ # estudiante:____________________
Profesor:___________________________________ # sección:________

Tiene 90 minutos para resolver el examen. Apague su teléfono celular. Se permite el uso de calculadora científica. Incluya explicaciones y justicaciones pertinentes con sus respuestas. ¡Buena suerte!

1. (18 puntos) (a) Halle la ecuación de la recta que cruza el eje x por 4 y el eje y por 3.

La pendiente es de -3/4. Por tanto, la ecuacion es $y = 3 - \frac{3}{4}x$.

(b) Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto (-1,-3) y es perpendicular a la recta que pasa por (-1,4) y (3,8).

La recta que pasa por (-1,4) y (3,8) tiene pendiente $m = \frac{8-4}{3-(-1)} = \frac{4}{4} = 1$. Por tanto, la recta buscada tiene pendiente -1, y su ecuación es $y = -3 - (x + 1) = -4 - x$.

(c) Un objeto se mueve alrededor de un círculo de radio R. La distancia del objeto al centro del círculo, ¿será una función lineal del tiempo? Explique.

La distancia al centro se mantiene constante, igual a R. Una función constante es lineal, por lo tanto la respuesta es si.

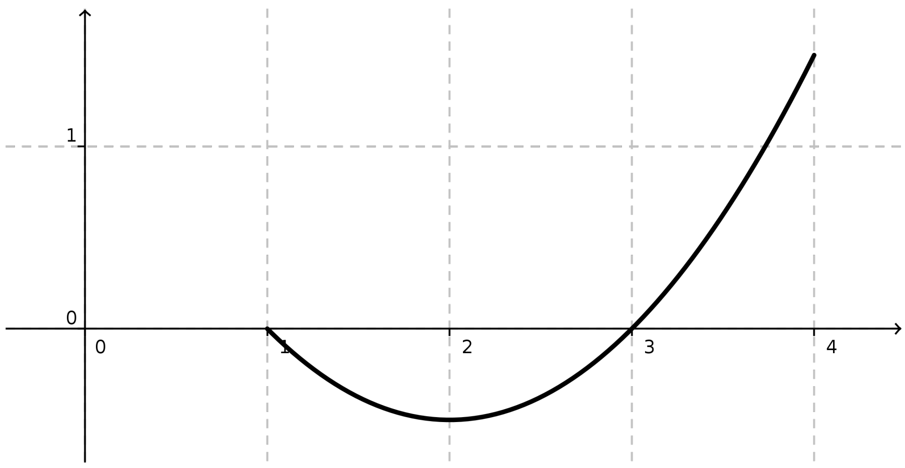
2. (21 puntos) (a) Sea $f(x) = x^2$. Halle la razón de cambio promedio de f en los intervalos $1 \leq x \leq 2$ y $-2 \leq x \leq 2$. ¿Será f una función lineal de x?

En el intervalo $1 \leq x \leq 2$ la razón de cambio promedio es $\frac{f(2)-f(1)}{2-1} = \frac{4-1}{1} = 3$. En el intervalo $-2 \leq x \leq 2$ la razón de cambio promedio es $\frac{f(2)-f(-2)}{2-(-2)} = \frac{4-4}{4} = 0$. No es lineal, pues no tiene la forma $f(x) = mx + b$, y su razón de cambió promedio no es constante.

(b) Sea $f(x) = 3x^2 + 2$. Halle la razón de cambio promedio de f en el intervalo $[x, x+h]$.

La razón de cambio promedio es $\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{3(x+h)^2+2-(3x^2+2)}{h} = \frac{6xh+3h^2}{h} = 6x + 3h$ si $h \neq 0$.

(c) La gráfica de la función f se muestra abajo. (i) ¿Para qué valores de x entre 1 y 4 la razón de cambio promedio de f en el intervalo $[1, x]$ es negativa? (ii) ¿Positiva? (iii) ¿Cero?



(i) $x \in (1, 3)$ (ii) $x \in (3, 4]$ (iii) $x \in \{1, 3\}$

3. (12 puntos) (a) Evalúe $F(-2)$, $F(0)$, $F(2)$, y $F(3)$, si $F(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \\ 2x+3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

$F(-2) = 4$, $F(0) = -1$, $F(2) = 7$, y $F(3) = 9$.

(b) Sea $h(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x > 0 \\ 2x & \text{si } x < 0 \end{cases}$. (i) Evalúe $h(2)$. (ii) Si $h(x) = 2$, encuentre x. (iii) ¿Cuál es el dominio de h? (iv) ¿Cuál es el rango de h?

(i) $h(2) = 5$. (ii) Si $h(x) = 2$, $x = 1$. (iii) dominio de h es $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ (iv) rango de h es $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

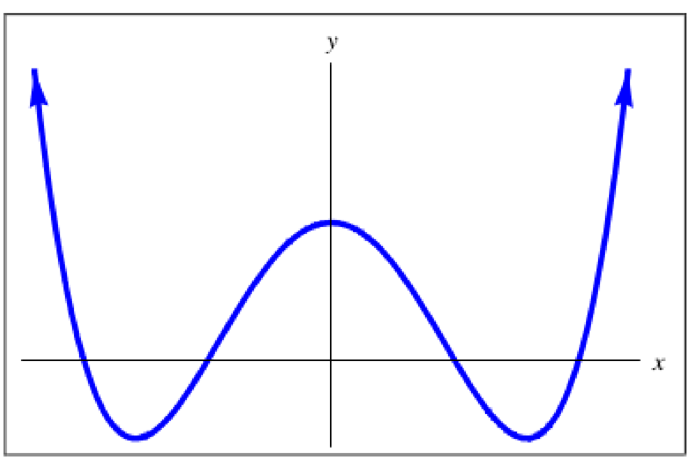
4. (12 puntos) (a) El peso W de un cable es directamente proporcional a su longitud l. Si 6 centímetros de un cable de teléfono pesan 1.5 gramos, encuentre el peso de 16 centímetros del cable.

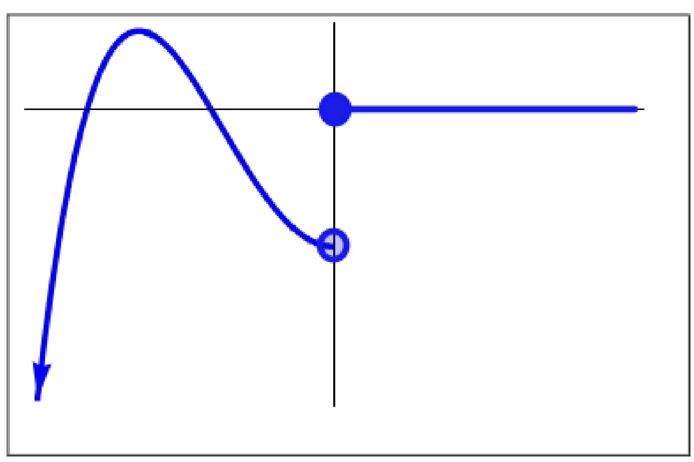
$W = kl$. Además $1.5 = 3/2 = k6$, por lo que $k = 1/4$. Finalmente $W = (1/4)16 = 4$ gramos.

(b) Encuentre una fórmula que relacione T y s: T es inversamente proporcional a la raíz cúbica de s y $T = 3$ cuando $s = 8$.

$T = ks^{-1/3}$ y $3 = k8^{-1/3} = k/2$. Por tanto, $k = 6$. Así que $T = 6s^{-1/3}$.

5. (21 puntos) (a) La figura muestra la gráfica de la función g. Si $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$, dibuje la gráfica del producto $g \cdot f$.





(b) Sean $f(x) = 3x^3$ y $g(x) = 2$. Evalúe cada una de las siguientes: (i) $f(g(7))$ (ii) $g(f(-1))$ (iii) $f(f(1))$ (iv) $g(g(5))$.

(i) $f(g(7)) = f(2) = 24$ (ii) $g(f(-1)) = g(-3) = 2$ (iii) $f(f(1)) = f(3) = 81$ (iv) $g(g(5)) = g(2) = 2$.

(c) Las tablas a continuación representan las funciones f y g respectivamente. Haga tablas para representar las composiciones $f \circ g$ y $g \circ f$.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	3	5	1	4

,

x	1	2	3	4	5
$g(x)$	3	2	4	5	1

x	1	2	3	4	5
$f(g(x))$	5	3	1	4	1

,

x	1	2	3	4	5
$g(f(x))$	2	4	1	3	5

6. (21 puntos) (a) Para las funciones representadas en las tablas a continuación, encuentre la función inversa, si es posible. Si la función no es invertible, explique por qué no.

(i)

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	4	3	2	1	0

, (ii)

x	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	3	5	2	1	3	4

(i)

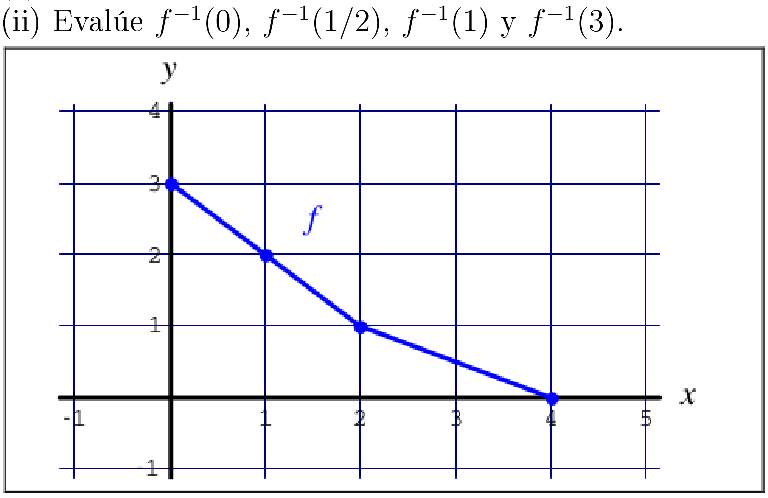
x	0	1	2	3	4	5
$f^{-1}(x)$	5	4	3	2	1	0

, (ii) no tiene inversa, pues $g(0) = g(4) = 3$.

(b) Sea $f(x) = 2x + 5$. Encuentre $f(1)$ y $f^{-1}(7)$.

La función es invertible, pues es lineal con pendiente positiva. Además, $f(1) = 7$. Por tanto, $f^{-1}(7) = 1$.

(c) La gráfica de la función invertible f se muestra en la figura. (i) Halle el dominio y el rango de f. (ii) Evalúe $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(1/2)$, $f^{-1}(1)$ y $f^{-1}(3)$.



(i) dominio: [0,4], rango: [0,3] (ii) $f^{-1}(0) = 4$, $f^{-1}(1/2) = 3$, $f^{-1}(1) = 2$ y $f^{-1}(3) = 0$.