

SOLUCIONES

Resolver los siguientes problemas:

1. Halle un número entero sabiendo que la suma con el doble de su inverso es $\frac{19}{3}$.
 - a. En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
 - b. Sea x el número entero, entonces su recíproco es $\frac{1}{x}$
 - c. La ecuación que resulta es $x + \frac{2}{x} = \frac{19}{3}$

$$d. \frac{x^2 + 2}{x} = \frac{19}{3}$$

$$3x^2 + 6 = 19x$$

$$3x^2 - 19x + 6 = 0$$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 4(3)(6)}}{6} = \frac{19 \pm 17}{6}$$

$$x = 6 \quad \text{o} \quad x = \frac{1}{3}$$

Como el número que se pide debe ser entero, se concluye que el número es 5

2. Un granjero lleva al mercado una cesta de huevos, de tan mala suerte que tropieza y se le rompen $\frac{2}{5}$ de la mercancía original. Entonces vuelve al gallinero y recoge 21 huevos más, con lo que ahora tiene $\frac{1}{8}$ más que la cantidad inicial. ¿Cuántos huevos llevaba el granjero inicialmente?
 - a. En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
 - b. Sea x la cantidad de huevos que tenía el granjero inicialmente
 - c. La ecuación que resulta es

$$x - \frac{2}{5}x + 21 = x + \frac{1}{8}x$$

$$x - \frac{2}{5}x - x - \frac{1}{8}x = -21$$

$$\frac{-21}{40}x = -21$$

$$x = 40$$

Se concluye que el granjero llevaba 40 huevos inicialmente.

3. El largo de una sala rectangular es 3 metros más que el ancho. Si el ancho aumenta 3 metros y el largo aumenta 2 metros, el área se duplica. Halle el área original de la sala.
- En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
 - Sea x el ancho de la sala rectangular, entonces, el largo es $x+3$
 - Como el área de un rectángulo es el producto de la medida de la base por su altura, entonces, la ecuación que resulta es

$$2x(x+3) = (x+3)(x+3+2)$$

$$2x^2 + 6 = x^2 + 5x + 3x + 15$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0 \quad \text{de 108}$$

$$(x-9)(x+1) = 0$$

$$x = 9 \text{ o } x = -1$$

Como el ancho y el lado deben ser positivos, entonces $x=9$ y $x+3=12$, por tanto el área original de la sala es $108m^2$.

4. El perímetro de un solar en forma triangular es de 162 metros. El primer lado mide el doble del segundo lado. La longitud del tercer lado es seis menos que el triple del segundo. Halle las medidas de cada uno de los lados.

- En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
- Sea x la longitud del segundo lado, entonces el primer lado mide $2x$ y el tercer lado es de $3(2x)-6=6x-6$
- Como el perímetro de una figura es la suma de las longitudes de sus lados, la ecuación que resulta es

$$x + 2x + 6x - 6 = 162$$

$$9x = 168$$

$$x = \frac{56}{3}$$

Entonces el primer lado mide $112/3$ metros, la del segundo lado es $56/3$ metros y el tercer lado es 106 metros.

5. Dentro de 30 años la edad de Verónica será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 10 años. ¿Cuántos años tiene Verónica hoy?

- En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
- Sea x la edad de verónica hoy
- La ecuación que resulta es

$$x + 30 = \frac{1}{2}(x - 10)^2$$

$$x + 30 = \frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100)$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 11x + 20 = 0$$

$$x^2 - 22x + 40 = 0$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 - 4(1)(40)}}{2} = \frac{22 \pm 18}{2}$$

$$x = 20 \text{ o } x = 2$$

Verónica tiene 20 años hoy.

6. Andrés viajó por la autopista a una velocidad fija por 3 horas. Luego bajó la velocidad 15 millas por hora para utilizar una carretera (no la autopista). El viaje completo le tomó 5 horas y recorrió una distancia de 245 millas. ¿Cuál fue su velocidad en la autopista?

- En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
- Sea x la velocidad de andres en la autopista, entonces la velocidad en la cuarta hora es de $x-15$ y en la quinta hora es de $x-30$
- La ecuación que resulta es

$$3x + (x - 15)(1) + (x - 30)(1) = 245$$

$$5x - 45 = 245$$

$$5x = 290$$

$$x = 58$$

Se concluye que su velocidad en la autopista es de 58 millas por hora.

7. Un hombre invierte al 8% el doble de la cantidad que destina al 5%. Su ingreso total anual por las dos inversiones es de \$480. ¿Cuánto invirtió a cada tasa?

- En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
- Sea x la cantidad de dinero invertida al 5%, entonces $2x$ se invirtió al 8%
- La ecuación que resulta es

$$0.05x + 0.08(2x) = 480$$

$$0.05x + 0.16x = 480$$

$$0.21x = 480$$

$$x = 2285.71$$

Se concluye que se invirtió 2285.71 al 5% y 4571.42 al 8%.

8. Un vendedor de autos usados compró dos automóviles por \$2,900. Vendió uno con una ganancia de 10% y otro con una pérdida de 5% y aún obtuvo una ganancia de \$185 en la transacción completa. Encuentre el costo de cada automóvil.

a. En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.

b. Sean x , $2900-x$ los precios de los automoviles

c. La ecuación que resulta es

$$(x + 0.1x) + (2900 - x - 0.05(2900 - x)) = 2900 + 185$$

$$0.15x + 2755 = 3085$$

$$x = 2200$$

Los automóviles costaron 2200 y 700 respectivamente.

9. Un comerciante tiene dos clases de aceite, la primera de \$6 el litro y la segunda de \$7.20 el litro. ¿Cuántos litros hay que poner de cada clase de aceite para obtener 60 litros de mezcla a \$7 el litro?

a. En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.

b. Sea x el número de litros de aceite de \$6 y $60-x$ el número de litros de aceite de \$7.20

c. La ecuación que resulta es

$$6x + 7.2(60 - x) = 7(60)$$

$$-1.2x + 432 = 420$$

$$-1.2x = -12$$

$$x = 10$$

Se debe mezclar 10 litros de aceite de \$6 y 50 litros de aceite de \$7.20.

10. Necesitas 20 litros de una solución ácida al 20%. Tienes recipientes de solución al 10% y solución al 25%. ¿Cuántos litros de cada uno debes combinar para obtener la solución necesaria?

- En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
- Sea x el número de litros de solución al 10% y $20-x$ el número de litros de solución al 25%
- La ecuación que resulta es

$$0.1x + 0.25(20 - x) = 0.2(20)$$

$$0.1x + 5 - 0.25x = 4$$

$$x = \frac{20}{3} \approx 6.6$$

Se necesitan $20/3$ litros de aceite de 10% y $40/3$ litros al 25%.

11. Dos ciclistas avanzan uno hacia el otro por una misma carretera. Sus velocidades son 20km/h y 19 km/h. Si les separan 78km, ¿cuánto tardaran en encontrarse?

- En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
- Sea x el tiempo que tardaran en encontrarse los dos ciclistas.
- La ecuación que resulta es

$$20x + 19x = 78 \Rightarrow 39x = 78 \Rightarrow x = 2$$

12. Ricardo corta el césped de la cancha en 10 horas. En cambio cuando Luis trabaja sólo corta todo el césped en 6 horas. ¿Cuánto tiempo les tomará cortar todo el césped si trabajan juntos?

- En la oración se encuentra la información que se debe traducir al lenguaje matemático.
- Sea x el tiempo que tomara cortar el césped si trabajan juntos.
- En una hora, Ricardo corta $1/10$ del césped y Luis $1/6$, si trabajan juntos se tiene la ecuación

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{16}{60} = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{60}{16} = 3.75$$

Se concluye que tardan 3 horas con 45 minutos en cortar el césped si trabajan juntos.